الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات



امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2020

الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث : $a=2020$ ، $b=2970$ و $c=1441$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد a ، b و c على 9.

2) تحقّق أنّ العددين b و $(a+5)$ متوافقان بترديد 9.

3) تحقّق أنّ: $2a\equiv -1[9]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9.

4) بيّن أنّ العدد $(3a-2b-12c^2)$ يقبل القسمة على 9.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_0 و أساسها r حيث: $u_2-u_0=4$ و $u_1+u_3=16$.

1) احسب الحدّ u_2 ، ثمّ الحدّ u_0 و استنتج الأساس r للمتتالية (u_n).

2) أ . بيّن أنّ الحدّ العام للمتتالية (u_n) معرّف بـ: $u_n=4+2n$.

ب. حدّد مع التّبرير اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) بيّن أنّ العدد 2020 حدّ من حدود المتتالية (u_n)، محدّدا رُتبته.

4) احسب المجموع S المعرّف بـ : $S=u_0+u_1+\cdots+u_{1008}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$ ،

و (C_f) التّمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدّالة f عند كلّ من $-\infty$ و $+\infty$.

2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=3(x-1)(x-3)$ ، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النّقطة A التي فاصلتها 2.

4) أ . تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(x)=(x-1)^2(x-4)$.

ب. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ثمّ استنتج نقط تقاطع (C_f) وحامل محور الفواصل.

5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (T) و (C_f).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية هندسية حدّها الأول u_1 ، حدودها موجبة تماما حيث : $u_3 \times u_5 = 2916$

1) احسب الحد u_4.

2) علما أنّ $u_3 = 18$ ، تحقق أنّ أساس المتتالية (u_n) هو 3 .

3) احسب الحدّ الأوّل u_1، ثمّ اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

4) عيّن رتبة الحدّ الذي قيمته 1458. (لاحظ أنّ: $729 = 3^6$)

5) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ ، $b = 2020$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 .

2) بيّن أنّ : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$ ثمّ استنتج أنّ العدد $(a^2 + b^2)^{1962} - 8$ يقبل القسمة على 7 .

3) أ . عيّن بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7 .

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج أنّ: $4^{3n+1} \equiv 4[7]$.

جـ. بيّن أنّ: $b^{21} \equiv 1[7]$

4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$ ،

و (C_f) التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب نهاية الدّالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (x+3)(x+1)$ ، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ النّقطة $A\left(-2; \frac{-2}{3}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) اكتب معادلة لـ (D) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A .

5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (D) و (C_f).

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين 01: (06 نقاط)		
1) $a\equiv 4[9]$ ، $b\equiv 0[9]$ و $c\equiv 1[9]$	3x 0.75	2.25
2) التحقق أنّ العددين b و $(a+5)$ متوافقان بترديد 9.	1	1
3) التحقق أنّ : $2a\equiv -1[9]$	0.5	1.5
. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $(2a)^{31}$: $(2a)^{31}\equiv 8[9]$	0.5X2	
4) تبيان أنّ العدد $(3a-2b-12c^2)$ يقبل القسمة على 9	5x0.25	1.25
التمرين 02: (06 نقاط)		
1) $u_2=8$ ، $u_0=4$ ، $r=2$	0.75+2x0.5	1.75
2) أ) تبيان أنّ : $u_n=4+2n$	0.5	1.25
ب) لدينا $r>0$ ومنه (u_n)متزايدة تماما	0.75	
3) $u_n=2020$ يكافئ $n=1008$ الرتبة هي 1009	0.75 0.75	1.5
4) نجد: $s=1021108$	1.25	1.5
التمرين 03: (08 نقاط)		
1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	0.5+0.5	1
2) أ) $f'(x)=3(x-1)(x-3)$ دراسة إشارة $f'(x)$	2x0.5 1	3
ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات	0.5+0.5	
3) معادلة المماس: $y=-3x+4$	1	1
4) أ) التحقق أن : $f(x)=(x-1)^2(x-4)$	0.5	1.5
ب) حل المعادلة $f(x)=0$ واستنتاج نقط التقاطع	0.5+0.5	
5) حساب $f(0)$ ورسم (T) و (C_f).	0.25 0.75+0. 5	1.5

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة	
	مجزأة	مجموعة
التمرين 01: (06 نقاط)		
1) $u_4 = 54$	1	1
2) التحقق أنّ أساس المتتالية (u_n) هو 3 .	1.25	1.25
3) $u_1 = 2$ ، $u_n = 2(3)^{n-1}$	0.75+0.5	1.25
4) لدينا $u_n = 1458$ يكافئ $n = 7$ و رتبته 7	0.5+0.75	1.25
5) $S_n = 3^n - 1$	1.25	1.25
التمرين 02: (06 نقاط)		
1) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 .	1	1
2) تبيان أنّ : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$. استنتاج أنّ: $\left(a^2+b^2\right)^{1962} - 8$ يقبل القسمة على 7 .	0.5 0.5	1
3) أ) تعيين بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7	0.75	3
ب) تبيان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[7]$ استنتاج أنّ: $4^{3n+1} \equiv 4[7]$.	0.75 0.5	
جـ) بيان أنّ: $b^{21} \equiv 1[7]$	1	
4) تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$.	1	1
التمرين 03: (08 نقاط)		
1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$	0.5+0.5	1
2) أ) $f'(x) = (x+3)(x+1)$ و إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.	0.5x2	3
ب) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-3]$ و $[-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[-3;-1]$ جدول التغيرات	1 1	
3) A هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f): حساب $f''(x)$, حل المعادلة $f''(x) = 0$ و هو $(x = -2)$, اشارة $f''(x)$.	0.5x3	1.5
4) $(D): y = -x - \frac{8}{3}$	1	1
5) $f(0) = 0$ ورسم كلا من (D) و (C_f).	0.25 0.25 1	1.5